TD de Macroéconomie Approfondie

SEANCE N°2 DE TRAVAUX DIRIGES

Yeganeh Forouheshfar

EXERCICE 1
Chômage et inflation et dans un modèle en temps continu

On considère le modèle suivant :

$$(1) \qquad y = m - p + g$$

$$(2) \qquad p = w + y - z$$

$$(3) \qquad y = \frac{1}{2}(n + z)$$

$$(4) \qquad \dot{w} = \pi + \frac{3}{40}(n - \tilde{n})$$

$$(5) \qquad \dot{m} = \mu$$

$$(6) \qquad \dot{\pi} = \dot{p} - \pi$$

Les notations utilisées sont les mêmes qu'en cours.

Analyse du modèle.

- 1. **Interpréter la relation 1.**

- **Réponse:**
- L'expression (1) représente la fonction de demande globale. Elle constitue la forme réduite d'un modèle IS/LM

2. Montrer que la fonction d'offre globale (2) exprime le comportement de maximisation du profit d'une entreprise ayant un pouvoir de monopole, entreprise dotée de la fonction de production (3) et confrontée à une fonction de demande à élasticité-prix θ , supposée constante

- **Réponse:**
- L'expression (2) représente la courbe d'offre globale telle qu'elle résulte de la fonction de production (3). La maximisation du profit d'une entreprise dotée d'un pouvoir de monopole s'écrit, en effet, en niveaux (par opposition aux logarithmes)

$$\begin{cases} Max \quad PF(N) - WN \\ F(N) = KP^{-\theta} \end{cases}$$

- Si θ > 1 , la condition d'optimalité peut s'écrire (en utilisant la Lagrangien...) :

$$P = \left(1 + \frac{1}{\theta - 1}\right) \frac{W}{F'(N)}$$

- soit ici, puisque la fonction de production est, en niveau: $Y = (ZN)^{1/2}$

$$P = \frac{2\theta}{\theta - 1}\frac{W\sqrt{N}}{\sqrt{Z}} = \frac{2\theta}{\theta - 1}\frac{WY}{Z}$$

- On obtient donc, en logarithmes et en négligeant le terme constant :

$$p = w + y - z$$

3. Interpréter les équations d'évolution des salaires, de la masse monétaire et des anticipations d'inflation (4) à (6)

- **Réponse:**
- La relation (4) est la courbe de Phillips. Le taux de croissance du salaire nominal y est expliqué par le taux de croissance anticipé des prix et par le niveau du chômage, ou plus exactement ici par l'écart entre le chômage effectif et le chômage structurel. La courbe de Phillips prend donc initialement la forme :

$$\dot{w} = \pi + \frac{3}{40}(\tilde{u} - u)$$

Comme : $\tilde{u} - u = (\bar{n} - \tilde{n}) - (\bar{n} - n) = n - \tilde{n}$ elle peut se récrire :

$$\dot{w} = \pi + \frac{3}{40}(n - \tilde{n})$$

puis, comme $n - \tilde{n} = 2\left(y - \tilde{y}\right)$:

$$\dot{w} = \pi + \frac{3}{20}\left(y - \tilde{y}\right)$$

- L'expression (5) signifie que la masse monétaire croît au taux constant μ

- L'équation (6), finalement, décrit la formation des anticipations comme un processus adaptatif. A chaque instant, la modification du taux anticipé est égale à l'écart entre inflation observée $\left(\dot{p}\right)$ et inflation anticipée (π)
- On suppose donc que le paramètre β , représentatif de la vitesse de révision des anticipations, est unitaire β = 1

4. Calculer l'équilibre temporaire, soit y et p en fonction des variables exogènes et des variables prédéterminées. Commenter.

- **Réponse:**

L'équilibre temporaire à prix flexible est solution du système :

$$(AD) \quad y = m - p + g$$
$$(AS) \quad P = w + y - z$$

soit

$$y = \frac{1}{2}(m - w + g + z)$$
$$p = \frac{1}{2}(m + w + g - z)$$

5. Montrer, en calculant *A* et *B* , que le modèle peut être mis sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{\pi} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} y \\ \pi \end{pmatrix} + B$$

- **Réponse:**
- Avec le temps, *y* et *p* se modifient sous la pression des évolutions de *m* et de *w* . On obtient donc, compte tenu des relations (4) à (6) :

$$2\dot{y} = (\mu - \dot{w}) = \mu - \pi + \frac{3}{20}(\tilde{y} - y) \qquad \text{et} \qquad 2\dot{p} = \dot{w} + \mu = \mu + \pi + \frac{3}{20}(y - \tilde{y})$$

- L'évolution des anticipations peut alors se récrire :

$$2\dot{\pi} = 2(\dot{p} - \pi) = \mu - \pi + \frac{3}{20}(y - \bar{y})$$

- On est ainsi très naturellement conduit au système d'équations différentielles linéaires en *y* et *π*

$$\dot{y} = \frac{3}{40}(\tilde{y} - y) + \frac{1}{2}(\mu - \pi)$$
$$\dot{\pi} = -\frac{3}{40}(\tilde{y} - y) + \frac{1}{2}(\mu - \pi)$$

- soit, sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{40} & -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{40} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \pi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\mu + \frac{3}{40}\tilde{y} \\ \frac{1}{2}\mu - \frac{3}{40}\tilde{y} \end{pmatrix}$$

6. Vérifier que le système admet une solution de long terme où les variables de quantités sont constantes et où les niveaux de prix et de salaire nominal croissent à un taux constant. Déterminer les valeurs des principales variables en cette solution de long terme.

- **Réponse:**

Il est manifeste que $\dot{y} = 0$ et $\dot{\pi} = 0$ pour $y = \tilde{y}$ et $\pi = \mu$. On en déduit $\dot{p} = \dot{w} = \mu$. Les variables de quantités sont constantes et l'inflation est parfaitement anticipée. On note aussi que le salaire réel et l'encaisse réelle valent, à une constante près :

$$w - p = z - \tilde{y}, \qquad m - p = \tilde{y} - g$$

7. Montrer que le système est stable.

- **Réponse:**
- Les signes de la matrice A montrent que son déterminant est positif (en l'occurrence $D = 3 / 40$) et que sa trace est négative (en l'occurrence $T = -23 / 40$). Le système est donc stable (conditions de Routh et Hurwitz).

8. Représenter les lieux $\dot{\pi} = 0$ et $\dot{y} = 0$ dans le plan (y,π). Préciser ensuite le sens de variation de y et π dans chacune des régions du plan.

- **Réponse:**

Le lieu de constance de y est donné par :

$$\dot{y} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \pi = -\frac{3}{20}y + \mu + \frac{3}{20}\tilde{y}$$

Il s'agit d'une droite décroissante, de pente (- 0,15) dans le plan (y,π).

Le lieu de constance de π est donné par :

$$\dot{\pi} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \pi = \frac{3}{20}y + \mu - \frac{3}{20}\tilde{y}$$

9. Représenter les lieux $\dot{p} = constante$ dans le plan (y, π).

- **Réponse:**

Les lieux de constance de l'inflation, sont donnés par :

$$\dot{p} = \overline{x} \quad \Leftrightarrow \quad \pi = -\frac{3}{20}y + 2\overline{x} - \mu + \frac{3}{20}\tilde{y}$$

Il s'agit de droites parallèles au lieu de constance de y et se confondant avec lui pour $\overline{x} = \mu$.

Elles sont manifestement rangées en ordre croissant : l'inflation effective est d'autant plus élevée que l'on se situe sur une courbe d'iso-inflation élevée.

10. Calculer les valeurs propres de la matrice A et les vecteurs propres associés, puis les représenter dans le plan (y,π)

- **Réponse:**
- Les valeurs propres sont les racines du polynôme caractéristique

$$\Phi(r) = d\acute{e}t(A - rI)$$

- Elles sont donc solutions de :

$$r^2 - T_A r + D_A = r^2 + \frac{23}{40} r + \frac{3}{40} = 0$$

$$\text{soit } r_1 = -\frac{1}{5} \text{ et } r_2 = -\frac{3}{8}$$

- Le vecteur propre associé à r_1 est solution du système :

$$\begin{pmatrix} -\frac{3}{40} & -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{40} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1^1 \\ v_2^1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} v_1^1 \\ v_2^1 \end{pmatrix}$$

soit : $\left(\left(v_1^1 - 4v_2^1 \right) = 0 \ \ et \ \ \left(3v_1^1 - 12v_2^1 \right) = 0 \right) \quad \Leftrightarrow \quad v_2^1 = \frac{1}{4} v_1^1$.

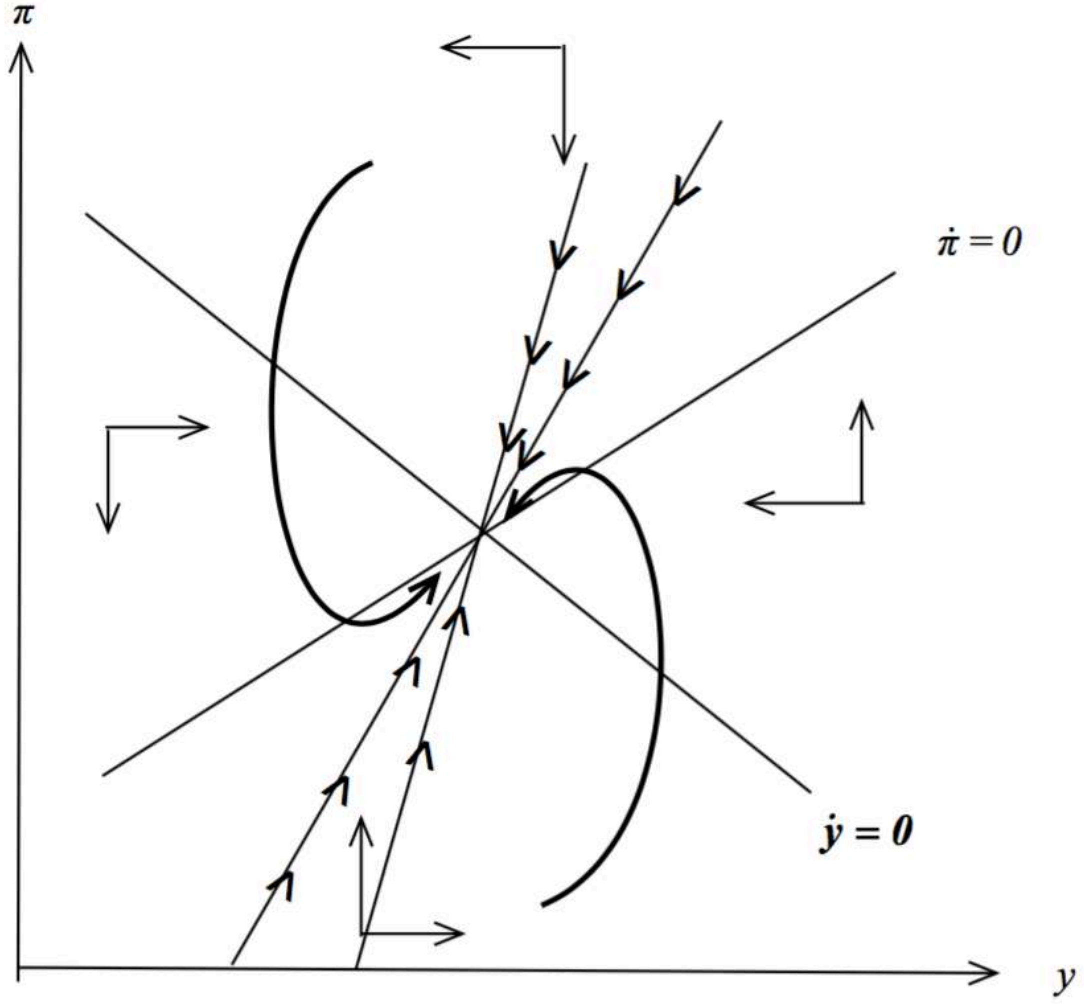
- De manière similaire, le vecteur propre associé à r_2 est calculé:

$$\left(\left(3v_1^2 - 5v_2^2\right) = 0 \ \ et \ \ \left(3v_1^2 - 5v_2^2\right) = 0\right) \quad \Leftrightarrow \quad v_2^2 = \frac{3}{5}v_1^2 .$$

11. Représenter enfin l'allure générale des trajectoires dans le plan

- **Réponse:**
- Les deux vecteurs propres constituent deux trajectoires spécifiques. Ils sont représentés par deux droites croissantes, qui comme nous venons de le voir, ont pour pentes (0,25) et (0,6).
  On obtient donc le diagramme des phases suivant :

Diagramme des phases



On s'intéresse ici à une modification, brusque et définitive, du niveau de la dépense publique, qui passe de g à $\overline{g} > g$, choc symbolisé par une variation notée δg .

12. Déterminer l'impact de cette modification sur le point stationnaire.

- **Réponse:**
- Ce choc n'a naturellement aucune incidence sur le point stationnaire. Avec le temps, l'augmentation de la dépense publique ne laissera de traces, ni sur la production, ni sur l'inflation, puisque celle-ci est, par nature, dictée par le taux de croissance de la masse monétaire.

13. A l'instant initial, et donc à la date 0, l'effet multiplicateur joue instantanément, ce qui conduit
à un saut du niveau de production et du niveau des prix, lequel implique une modification instantanée du taux d'inflation anticipé. Déterminer ces modifications, en admettant (ce que
l'on pourrait démontrer) que le taux d'inflation anticipé se modifie, ici, d'un montant $\delta\pi_0 = \delta p_0$

- **Réponse:**
- L'équilibre temporaire étudié dans la section 4 montre que :

$$\delta y_0 = \delta p_0 = (1/2)\delta g$$

- On en déduit :

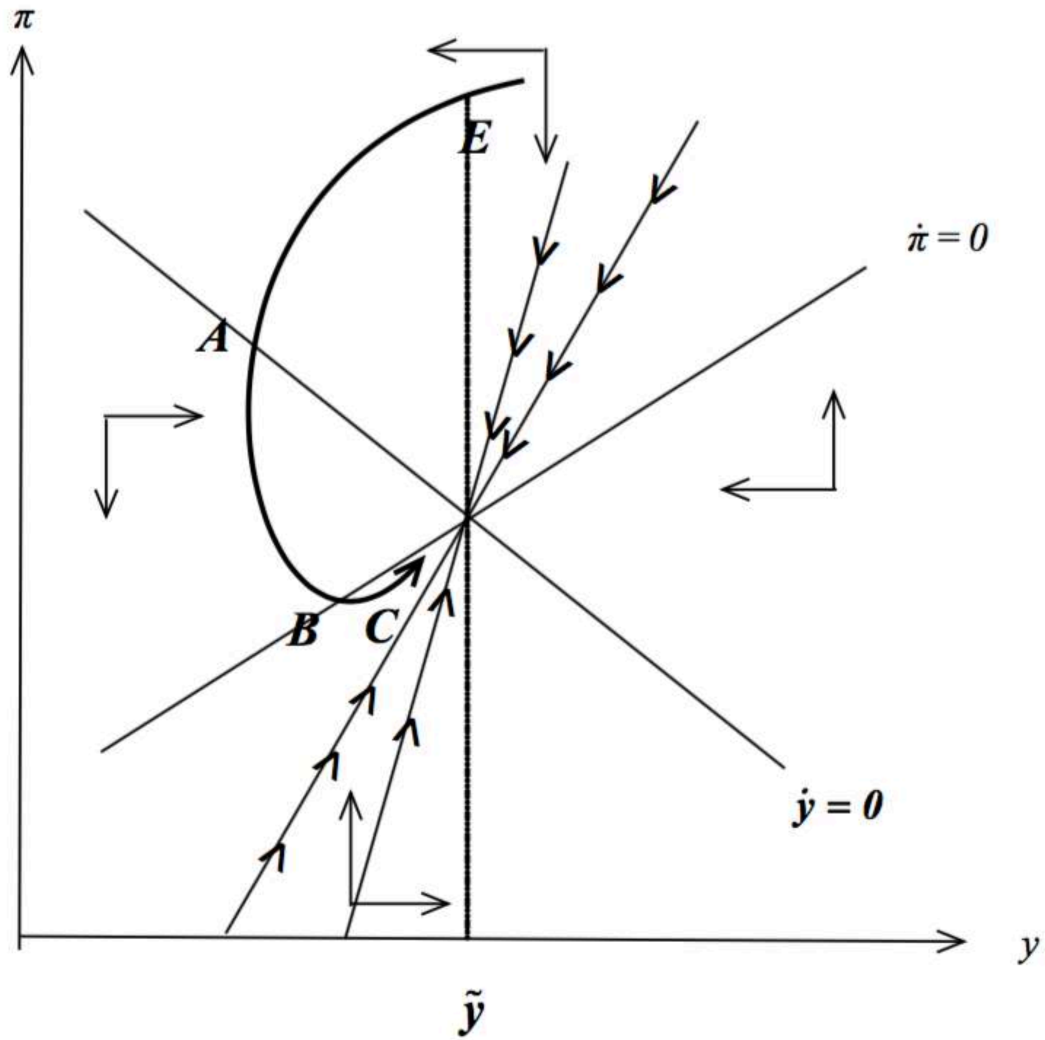
$$\delta\pi_0 = (1/2)\delta g$$

- Le niveau de production et le taux d'inflation anticipé se déplacent donc, instantanément, le long d'une droite de pente unitaire, c'est-à-dire supérieure à celle du vecteur propre ayant la plus forte pente.

14. Représenter, à l'aide du diagramme des phases, les conséquences de l'augmentation δg de la dépense publique. Commenter ce résultat en distinguant clairement le choc initial et la dynamique qu'il engendre.

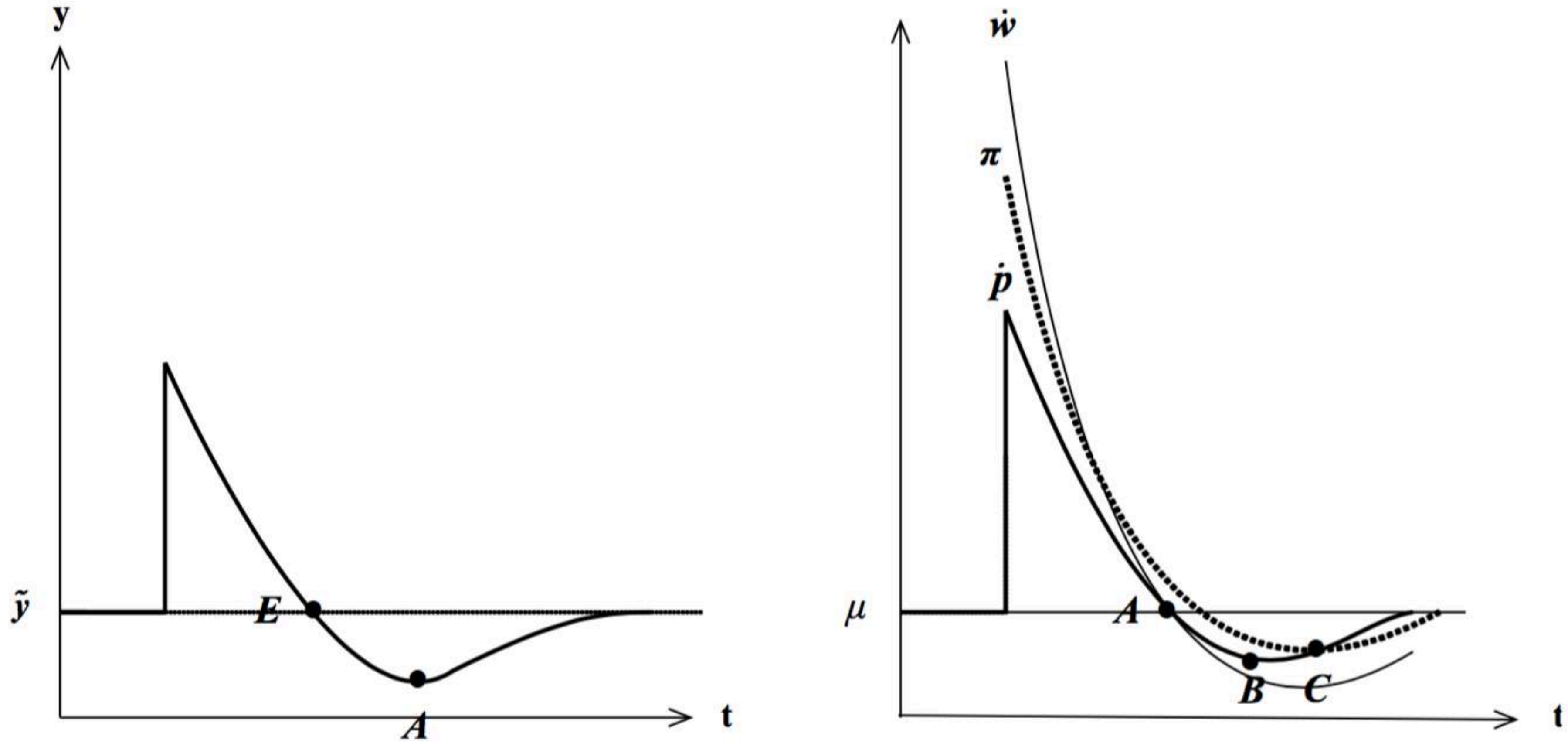
- **Réponse:**
- On note qu'aucun des lieux de constance de y , π et $\dot{P}$ n'étant paramétré par g , aucun ne se déplace. L'économie suit donc une trajectoire qui ne dépend que des déplacements initiaux de y et π

Diagramme des phases



Augmentation de la dépense publique

Les trajectoires suivies par les diverses variables sont donc :



- A la date 0, l'effet multiplicateur joue immédiatement. Il se traduit par un saut du niveau de production et du niveau des prix. Ce dernier peut être considéré, *si l'on veut*, comme la *limite* d'une période extrêmement brève de très forte inflation, qui conduit à une révision instantanée des anticipations. Mais il n'a rien à voir avec la variation de l'inflation qui se produit entre la date du choc et l'instant suivant. Le salaire nominal et la masse monétaire, quant à eux, ne sautent pas et le choc initial a évidemment pour contrepartie une forte baisse du salaire réel et de l'encaisse réelle.
- De façon générale, on retrouve une conclusion bien connue : l'effet sur le revenu s'atténue, et celui-ci rejoint son niveau de long terme, tandis que l'augmentation de l'inflation n'est que temporaire.

- L'examen plus précis de la dynamique révèle cependant deux phénomènes typiques, qui méritent d'être commentés : le *sur-ajustement temporaire du chômage* et le *sous-ajustement temporaire* de l'inflation. Il est utile, pour les interpréter, de déterminer l'évolution des principaux taux de croissance entre l'instant 0 et l'instant qui le suit immédiatement. On obtient ainsi :

$$(a) \qquad \delta\dot{w}_0 = \delta\pi_0 + \frac{3}{20}\delta y_0 = \frac{23}{40}\delta g$$

$$(b) \qquad \delta\dot{p}_0 = \frac{1}{2}\delta\pi_0 + \frac{3}{40}\delta y_0 = \frac{23}{80}\delta g$$

$$(c) \qquad \delta\dot{\pi}_0 = -\frac{1}{2}\delta\pi_0 + \frac{3}{40}\delta y_0 = -\frac{17}{80}\delta g$$

$$(d) \qquad \delta\dot{y}_0 = -\frac{1}{2}\delta\pi_0 - \frac{3}{40}\delta y_0 = -\frac{23}{80}\delta g$$

- On a donc, en partant, comme sur le graphique, d'un état stationnaire:

$$\dot{p}_0 = \mu + \frac{23}{80}\delta g < \pi_0 = \mu + \frac{1}{2}\delta g < \dot{w}_0 = \mu + \frac{23}{40}\delta g \quad \text{et} \qquad \dot{y}_0 = -\frac{23}{80}\delta g$$

- Ces résultats s'interprètent bien. La réduction initiale du chômage, et la révision à la hausse des anticipations stimulent la hausse des salaires nominaux, qui augmentent plus vite que leur rythme stationnaire. Cette hausse est partiellement répercutée par les prix, qui évoluent eux aussi à un rythme supérieur à μ , mais le salaire réel s'accroît. Après son saut initial positif la production diminue donc, ce que traduit la valeur prise par $\dot{y}_0$. Ce processus se reproduit, de période en période, et il conduit au *sous-ajustement de la production* (ou, si l'on préfère, *au sur- ajustement du chômage*) qui se manifeste à partir du point E. En d'autres termes, après avoir été brutalement réduit par la politique de relance, le chômage excède, pendant un temps, sa valeur de longue période.

- Il reste que, si le processus se reproduit, de période en période, il s'accomplit avec une intensité de plus en plus faible, puisque la hausse des salaires est contrariée par la hausse du chômage ($\dot{y}$< *0*) et la révision à la baisse des anticipations ($\dot{\pi}$ < *0*) . Evolutions des salaires et des prix se rapprochent et deviennent égales au point A, où les deux grandeurs croissent à leur taux stationnaire μ . La production atteint alors son niveau minimal.
- S'amorce ensuite, une phase de reprise dont l'origine tient au fait qu'au point A, les anticipations inflationnistes sont encore excessives, et doivent par conséquent continuer d'être révisées à la baisse. Le deuxième phénomène typique réside donc dans une phase de *sous-ajustement de l'inflation*, qui se situe temporairement au-dessous de son niveau de long terme