

Question [5pts]

En situation de suraccumulation du capital, comment peut-on améliorer l'efficacité dynamique d'une économie ?

Exercice : Le modèle de Diamond [15pts]

Soit une économie où la population croît au taux n et où deux générations cohabitent durant une période t : les jeunes nés en t et les vieux en $t - 1$. Durant la période t , un jeune travaille et consomme une quantité de bien notée $c_{1,t}$ et un vieux (né en $t - 1$) ne travaille plus et consomme une quantité $c_{2,t}$. Les jeunes offrent chacun de façon inélastique une unité de travail pour un salaire w_t . Ils épargnent en première période de vie une partie de leur salaire de façon à garantir une consommation positive en deuxième période de vie. L'épargne accumulée en t par les jeunes permet de constituer le stock de capital de la période suivante ($t + 1$). Le taux de dépréciation du capital est ainsi égal à l'unité dans cette économie. Les vieux ne laissent aucun héritage en fin de vie.

L'utilité intertemporelle d'un individu né en t est représentée par la fonction U_t suivante :

$$U_t = \frac{c_{1,t}^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{1}{1+\rho} \frac{c_{2,t+1}^{1-\theta}}{1-\theta}$$

La technique de production, mettant en œuvre du capital et du travail, s'écrit sous la forme suivante :

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha} \quad \text{où } 0 < \alpha < 1$$

A_t représente le progrès technique neutre au sens de Harrod. On note que $A_t = (1 + g)A_{t-1}$ avec $g < 0$. On définit $\hat{k}_t = \frac{K_t}{A_t L_t}$ comme le capital par unité de travail efficace.

1. Définissez les conditions optimales de production et déterminez le taux de salaire w_t (productivité marginale du travail) en fonction du niveau de capital par unité de travail efficace et du niveau de A_t . Vous ferez en particulier la distinction entre le salaire w_t reçu par les salariés et la productivité marginale du travail efficace, que vous pourrez noter \hat{w}_t . Vous déterminerez de plus le coût du capital $r_{K,t}$ en fonction du niveau de capital par unité de travail efficace.
2. Après avoir écrit le programme intertemporel, que doit résoudre un individu né en t , déterminez son montant d'épargne optimal. Vous pourrez noter $S_{j,t}$ l'épargne individuelle d'un jeune. Commentez en fonction de la valeur de θ .
3. A partir de cette question, nous nous concentrons exclusivement sur le cas particulier où $\theta = 1$. Déterminez alors le sentier d'accumulation de l'économie (relation entre \hat{k}_{t+1} et \hat{k}_t).
4. Déterminez l'état stationnaire de l'économie. Commentez.

- ② 5. Montrez que l'économie converge vers un régime de croissance à taux constant à l'état stationnaire. Commentez. Faites une représentation graphique de la dynamique transitoire.
- ① 6. Dans quels cas peut-on parler d'inefficience dynamique. Commentez.
- ②⑤ 7. Le gouvernement décide de mettre en place un système de retraite par répartition. Les retraites versées aux vieux à la date t sont financées par les cotisations des jeunes de la même période. L'équilibre comptable du système de retraite est le suivant :

$$b = (1+n)d$$

où b représente le montant de la retraite versée aux vieux, et d le montant de la cotisation prélevée aux jeunes. Montrez que la mise en place de ce système va diminuer l'accumulation du capital et conduire l'économie vers un état stationnaire où le capital par unité de travail efficace est plus faible. Est-ce une bonne chose ? Commentez.

- ①⑤ 8. On s'intéresse dans cette dernière question aux conséquences de l'indexation de la prestation retraite de chaque agent sur son salaire brut (net des cotisations) gagné au cours de sa vie active. Soit λ le taux de remplacement,

$$b_t = \lambda w_{t-1} \quad \forall t \quad \text{avec} \quad 0 < \lambda < 1$$

Après avoir déterminé le taux de croissance du salaire à l'état stationnaire, déterminer pour cet état stationnaire le taux de cotisation γ_t que l'on doit fixer pour garantir l'équilibre budgétaire de la caisse des retraites, tel que $d_t = \gamma_t w_t$. Commentez.