MACROECONOMIE APPROFONDIE

Anticipations adaptatives et anticipations rationnelles dans la détermination du prix d'un actif

1. Préambule

1.1 La valeur fondamentale de l'action correspond à ce que dicteraient des conditions strictement économiques. Elle est égale à la valeur actualisée des dividendes reçus sur un horizon infini.

On a donc, en calculant la valeur actualisée des dividendes reçus à partir de la date 1 :

$$\bar{V} = \sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{D}{(1+R')^{i}}\right) = \frac{D}{1+R'}\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{1}{(1+R')^{i-1}}\right) = \frac{D}{1+R'}\left(\frac{1+R'}{R'}\right) = \frac{D}{R'}$$

AN : $\bar{V} = \frac{D}{R'} = \frac{300}{50\%} = 600$

1.2 L'utilisation du taux de rendement de l'action donne immédiatement :

$$V_t = \frac{R'}{1+R'}\bar{V} + \frac{1}{1+R'}V^e_{t+1}$$

Le point central tient à la présence des anticipations : le prix de l'action est une moyenne pondérée de sa valeur fondamentale et de sa valeur anticipée.

2. Anticipations extrapolatives

2.1 La valeur effective de l'action satisfait les relations :

$$V_t = \frac{R'}{1+R'}\bar{V} + \frac{1}{1+R'}V^e_{t+1}$$
$$V^e_{t+1} = V_{t-1}$$

Elle est décrite par l'équation de récurrence :

$$V_t = \frac{R'}{1+R'}\bar{V} + \frac{1}{1+R'}V_{t-1}$$

de solution :

$$(i) \qquad \boxed{V_t = \bar{V} + h\left(\frac{1}{1+R'}\right)^t} \quad \text{avec} \quad h = V_0 - \bar{V}\,.$$

Le modèle est **stable** : la valeur de l'action converge, quelle que soit sa valeur initiale, vers la valeur fondamentale.

2.2 Il reste à préciser la condition initiale.

La valeur initiale, V_0, de l'action, dépend de sa valeur anticipée pour la date 1. Si l'on admet que V^e_1 est exogène, on a :

$$V_0 = \frac{R'}{1+R'}\bar{V} + \frac{1}{1+R'}V^e_1$$

et, par conséquent :

$$h = V_0 - \overline{V} = \left(\frac{1}{1+R'}\right)\left(V_1^e - \overline{V}\right)$$

La dynamique du prix de l'action de premier terme V_1^e est ainsi :

$$V_t = \overline{V} + \left(V_1^e - \overline{V}\right)\left(\frac{1}{1+R'}\right)^{t+1}$$

On en déduit, la valeur anticipée de l'action[1] :

$$V_t^e = V_{t-2} = \overline{V} + \left(V_1^e - \overline{V}\right)\left(\frac{1}{1+R'}\right)^{t-1}$$

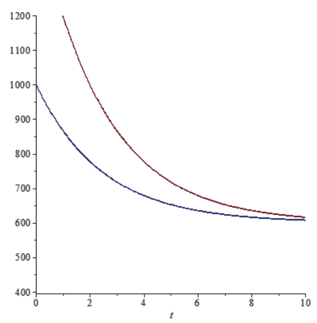
La dynamique des anticipations est, elle aussi, stable.

AN :

Si $V_1^e = 1200$ et $\overline{V} = 600$:

$$V_t = 600 + 600\left(\frac{2}{3}\right)^{t+1} \quad \text{et} \quad V_t^e = 600 + 600\left(\frac{2}{3}\right)^{t-1}$$

Si les agents anticipent, pour une raison ou pour une autre, que l'action vaudra 1200 à la date 1, ils constatent qu'elle vaut 1000 aujourd'hui. Cette observation forme la base de leur anticipation pour la date 2, qui est donc de 1000. A la date 1, l'action, dont la valeur dépend des anticipations formées pour la date 2 vaut en fait 778. Cette observation forme la base de l'anticipation pour la date 3, qui est ainsi 778. A la date 2, l'action ne vaut plus que 720, ce qui fournit l'anticipation pour la date 4, et donc le prix effectif pour la date 3 et ainsi de suite.



Les anticipations sont révisées à la baisse et les valeurs, effective et anticipée, tendent progressivement vers la valeur fondamentale.

2.3 Lors d'un brusque saut, de D à $D' > D$, la valeur fondamentale passe de $\overline{V}$ à $\overline{V}'$, tandis que les anticipations restent fixées en $V_1^e = V_{-1} = \overline{V}$.

[1] Voir aussi note 1.

La dynamique des prix de l'action de premier terme $V_1^e = \overline{V}$ est ainsi :

$$V_t = \overline{V}' + \left(\overline{V} - \overline{V}'\right)\left(\frac{1}{1+R'}\right)^{t+1} \quad \text{et} \quad V_t^e = \overline{V}' + \left(\overline{V} - \overline{V}'\right)\left(\frac{1}{1+R'}\right)^{t-1}$$

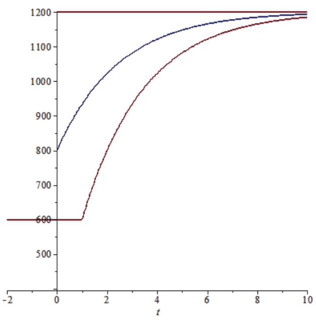
AN :

La valeur fondamentale est désormais : $\overline{V}' = \frac{D'}{R'} = \frac{600}{50\%} = 1200$.

A la date 0, la valeur de l'action saute, sous la pression de la hausse des dividendes, de $V_0 = 600$ à :

$$V_0 = 1200 - \frac{2}{3}600 = 800$$

Cette nouvelle valeur, revue à la hausse, des anticipations formées pour la date 2, conduit à un prix effectif plus élevé, égal à 933, à la date 1 et ainsi de suite.



De période en période, les anticipations sont révisées à la hausse et les valeurs, effective et anticipée, de l'action, tendent progressivement vers la nouvelle valeur fondamentale.

2.4 L'erreur de prévision commise dans chacune des périodes est :

$$V_t - V_t^e = \left(\overline{V} - V_1^e\right)\left(\frac{1}{1+R'} - \left(1+R'\right)\right)\left(\frac{1}{1+R'}\right)^t$$

Comme on le voit, le temps élimine progressivement l'erreur initiale d'anticipation.

Il reste que les agents commettent une erreur d'anticipation systématique dans chacune des périodes : soit ils surestiment, à chaque date, la valeur de l'action, soit ils la sous-estiment. Qui plus est, cette erreur d'anticipation est prévisible (puisque nous venons d'en donner la formule) et coûteuse (les taux de rendement effectifs sont évidemment très différents de ceux qui sont anticipés).

C'est le point de départ de la théorie des anticipations rationnelles : il n'est pas rationnel de supposer que les agents commettent des erreurs systématiques et coûteuses de prévisions. Il semble plus raisonnable de supposer qu'ils connaissent le modèle et sont donc capables de former des prévisions exactes en moyenne.

En l'absence de chocs aléatoires, par nature imprévisibles, cette hypothèse se confond avec les prévisions parfaites.

3. Prévisions parfaites

3.1 Le système s'écrit :

$$V_t = \frac{R'}{1+R'}\overline{V} + \frac{1}{1+R'}V^e_{t+1}$$
$$V^e_{t+1} = V_{t+1}$$

La valeur de l'action est donnée par l'équation de récurrence :

$$V_{t+1} = -R'\overline{V} + \left(1+R'\right)V_t$$

de solution :

$$(ii) \qquad \boxed{V_t = \overline{V} + h\left(1+R'\right)^t} \qquad \text{avec} \qquad h \text{ indéterminé}$$

Le modèle semble **instable**: la valeur de l'action semble diverger, excepté pour $h = 0$, de la valeur fondamentale.

Ceci a d'abord été perçu comme une difficulté, difficulté connue sous le nom de "problème de Hahn".

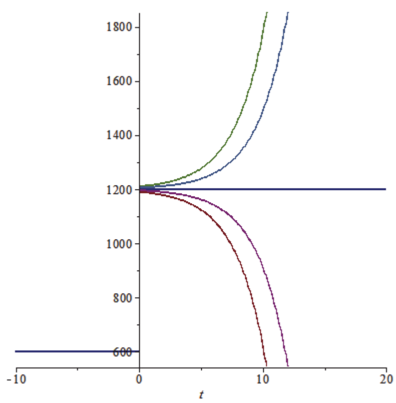
3.2 En fait, il ne s'agit **pas** d'un problème **d'instabilité mais** d'un phénomène, plus radical, **d'indétermination**.

Le fait d'adopter une hypothèse de prévisions parfaites supprime toute référence à une quelconque condition initiale : le modèle est entièrement "tourné vers le futur". Donc toutes les trajectoires décrites par (ii) sont admissibles. Et il en existe une infinité, dont une seule est "non explosive", celle qui correspond à $h = 0$.

3.3 Lors d'un brusque saut, de D à $D' > D$, la valeur fondamentale de l'action passe de $\overline{V}$ à $\overline{V}'$. Il est possible que la valeur effective de l'action saute à sa nouvelle valeur fondamentale ($h = 0$), mais il est aussi possible que l'on s'engage sur une autre trajectoire ($h \neq 0$). Par référence à la rhétorique des marchés financiers, on appelle "bulles" ces trajectoires qui exhibent une évolution sans limite de la valeur du titre.

AN :

$$V_t = 1200 + h\left(\frac{3}{2}\right)^t \qquad \text{avec} \qquad h \text{ indéterminé}$$



Il existe une infinité de valeurs possibles pour V_0 et toutes les valeurs suivantes.

Le mécanisme est transparent : s'ils anticipent une hausse du cours de l'actif, les agents sont incités à acheter, ce qui fait immédiatement monter le prix de l'actif.
Exemple : pour $h = 10$, $V_0 = 1210$.

Mais ils ne peuvent anticiper une hausse du cours de l'actif au dessus de sa valeur fondamentale que si le processus se poursuit indéfiniment. Il est rationnel d'acheter le titre pour $V_0 = 1210$ si l'on pense que demain il vaudra $V_1 = 1215$, il est rationnel de penser que demain il vaudra $V_1 = 1215$ si l'on pense qu'après-demain il vaudra $V_2 = 1222,5$ et ainsi de suite. Toutes ces bulles sont déraisonnables (puisqu'elles ne peuvent durer indéfiniment) mais rationnelles parce que, tant qu'elles durent, le rendement est effectivement R' .
On note que l'on peut éliminer, d'office, les bulles dirigées vers le bas puisqu'elles supposent que le prix devienne négatif à partir d'une certaine date finie.

4. Effets d'annonce

4.1 L'annonce n'a aucune conséquence dans le modèle "tourné vers le passé". Les prix sautent au moment du choc et ils suivent les mêmes trajectoires que celles décrites en 2.2 et 2.3.

4.2 Dans le modèle "tourné vers le futur", et si l'on fait l'hypothèse selon laquelle l'économie ne s'engage pas dans une trajectoire explosive, le titre vaut :

$$V_t = \bar{V} \quad pour \quad t < 0$$
$$V_t = \bar{V}' \quad pour \quad t \geq T$$

On note que l'exclusion des bulles spéculatives n'a, *a priori*, rien à voir avec la rationalité (puisque les bulles sont rationnelles). Il s'agit, fondamentalement, d'une hypothèse optimiste sur le fonctionnement de la société.
La trajectoire intermédiaire est dictée par un principe de continuité, qui s'interprète bien.
Si la valeur du titre restait fixée à sa valeur initiale jusqu'au moment du choc, les agents anticiperaient un gain en capital de montant $\bar{V}' - \bar{V}$ à la date T . Pour bénéficier d'un tel choc, chaque agent s'efforcerait d'acheter des actions juste un instant avant T . Les prix augmenteraient donc, poussant $V_{t-\varepsilon}$ au dessus de $\bar{V}$. Mais le même argument vaudrait en $t - 2\varepsilon$ et ainsi de suite. Pour le dire autrement, il est impossible que les agents anticipent un taux de rendement de l'actif différent de R' en un point quelconque du futur. Globalement, le bénéfice de l'ajustement revient entièrement aux agents qui ne pouvaient pas l'anticiper, c'est-à-dire aux agents présents sur le marché à la date de l'annonce.
Formellement, on doit avoir :

$$V_t = \bar{V} + \left(V_0 - \bar{V}\right)\left(1 + R'\right)^t \qquad et \qquad V_T = \bar{V}'$$

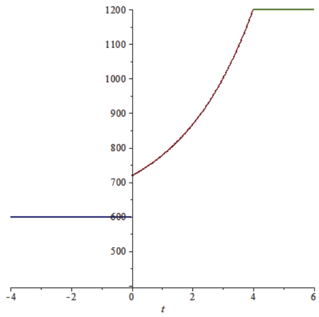
Il en résulte que :

$$V_0 = \bar{V} + \frac{1}{(1+R')^T}(\bar{V}' - \bar{V})$$

La trajectoire du prix de l'actif est donc :

$$V_t = \bar{V} + (\bar{V}' - \bar{V})(1+R')^{t-T} \qquad pour \quad 0 \le t \le T$$

La trajectoire d'ensemble est représentée sur le graphique suivant :



AN:

$$V_t = 600 \qquad pour \quad t < 0$$

$$V_t = 600 + 600\left(\frac{3}{2}\right)^{t-4} \qquad pour \quad 0 \le t \le 4$$

$$V_t = 1200 \qquad pour \quad t \ge 4$$

Comme on le voit, le prix saute au moment de l'annonce : il passe de 600 à 718 à la date 0. Il vaut ensuite 778, puis 867, puis 1000 et enfin 1200 à la période 4.

5. Anticipations adaptatives

Le système s'écrit :

$$V_t = \frac{R'}{1+R'}\bar{V} + \frac{1}{1+R'}V_{t+1}^e$$

$$V_t = \frac{1}{\beta}\left(V_{t+1}^e - (1-\beta)V_t^e\right)$$

La valeur des anticipations est donnée par l'équation de récurrence :

$$V_{t+1}^e = \frac{\beta R'}{1+R'-\beta}\bar{V} + \left(1 - \frac{\beta R'}{1+R'-\beta}\right)V_t^e$$

de solution :

$$(iii) \qquad \boxed{V_t^e = \bar{V} + h(1-a)^t}$$

avec $a = \frac{\beta R'}{1+R'-\beta}$ et $h = V_0^e - \bar{V}$.

Puisque $0 < \beta < 1$, le terme a est inférieur à l'unité et la dynamique des anticipations est **stable**.

On en déduit, puisque, d'après la première équation, $V^e_{t+1} = (1+R')V_t - R'\overline{V}$, la valeur effective de l'action de premier terme V^e_0 [2]:

$$V_t = \overline{V} + \frac{h}{1+R'}(1-a)^{t+1}$$

La dynamique du prix est, elle aussi, stable.

L'erreur de prévision commise dans chacune des périodes est :

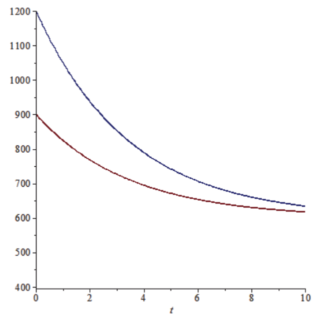
$$V_t - V^e_t = \left(\overline{V} - V^e_0\right)\left(\frac{R'}{1+R'-\beta}\right)(1-a)^t = \left(\overline{V} - V^e_0\right)\left(\frac{R'}{1+R'-\beta}\right)\left(\frac{(1-\beta)(1+R)}{1+R-\beta}\right)^t$$

Les agents commettent donc, ici encore, des erreurs systématiques de prévision : ils sous-estiment la valeur de l'action si l'anticipation initiale est inférieure à la valeur fondamentale, ils la surestiment dans le cas contraire.

AN :

Pour les valeurs indiquées : $a = 1/4$ donc :

$$V^e_t = 600 + 600\left(\frac{3}{4}\right)^t \quad \text{et} \quad V_t = 600 + 400\left(\frac{3}{4}\right)^{t+1}$$



L'évolution est semblable à celle qui prévalait sous anticipations extrapolatives. Les erreurs de prévisions sont systématiques, mais elles disparaissent avec le temps.

[2] Voir aussi note 2

Note 1 :

On peut également écrire :

$$V_t = \frac{R'}{1+R'}\overline{V} + \frac{1}{1+R'}V^e_{t+1}$$
$$V_t = V^e_{t+2}$$

et donc obtenir :

$$V^e_{t+2} = \frac{R'}{1+R'}\overline{V} + \frac{1}{1+R'}V^e_{t+1}$$

de solution :

$$V^e_t = \overline{V} + h'\left(\frac{1}{1+R'}\right)^t \quad \text{avec} \quad h' = (1+R')\left(V^e_1 - \overline{V}\right).$$

On en déduit :

$$V^e_t = \overline{V} + \left(V^e_1 - \overline{V}\right)\left(\frac{1}{1+R'}\right)^{t-1}$$

On retrouve la même expression que dans le corps du texte.

Note 2 :

On peut également écrire, en éliminant les anticipations à l'aide de la première équation :

$$V_t = a\overline{V} + (1-a)V_{t-1}$$

de solution :

$$V_t = \overline{V} + \left(V_0 - \overline{V}\right)(1-a)^t$$

Les conditions initiales donnent :

$$V_0 = \frac{R'}{1+R'-\beta}\overline{V} + \frac{1-\beta}{1+R'-\beta}V^e_0 \quad \Rightarrow \quad V_0 - \overline{V} = \frac{1-\beta}{1+R'-\beta}\left(V^e_0 - \overline{V}\right)$$

Il suffit de noter que :

$$\frac{1-\beta}{1+R'-\beta} = \frac{1-a}{1+R'}$$

pour retrouver l'expression donnée dans le corps du texte.

EXERCICE 2 Eléments de corrigé

Le sur-ajustement du taux de change

Analyse du modèle

D'après la courbe IS, le produit national diminue avec le taux d'intérêt, du fait de l'investissement, et diminue avec le taux de change réel, c'est-à-dire le prix du bien national en termes de biens étrangers, du fait de la balance commerciale.

La courbe LM est tout à fait traditionnelle.

La troisième équation décrit la parité non couverte des taux d'intérêt.

La dernière équation traduit l'inertie des prix. Il s'agit d'une courbe de Phillips réduite, qui peut être justifiée rigoureusement.

On suppose que les prévisions sont parfaites, ce qui correspond à l'hypothèse d'anticipations rationnelles dans un univers déterministe.

Tout cela est à développer, sans doute outrageusement !

Etude de la dynamique

1. La résolution de la partie IS, LM du modèle fournit y et R en fonction de p, e et m.

(3) $$y = \frac{1}{2}m - \frac{3}{4}p - \frac{1}{4}e$$

(4) $$R = -2m + p - e$$

L'évolution dynamique des variables s'en déduit :

De (1) et (4) il vient :

(5) $$\dot{e} = R^* + 2m - p + e$$

tandis que, d'après (2) et (3)

(6) $$\dot{p} = \frac{5}{2}m - \frac{15}{4}p - \frac{5}{4}e - 5\tilde{y}$$

On est ainsi conduit au système d'équations différentielles linéaires en e et p :

$$\begin{pmatrix} \dot{e} \\ \dot{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{5}{4} & -\frac{15}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e \\ p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2m + R^* \\ \frac{5}{2}m - 5\hat{y} \end{pmatrix}$$

2. Le point stationnaire est donné par :

$$\begin{cases} 0 = R^* + 2m - p + e \\ 0 = \frac{5}{2}m - \frac{15}{4}p - \frac{5}{4}e - 5\tilde{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{e} = -m - \frac{3}{4}R^* - \tilde{y} \\ \overline{p} = m + \frac{1}{4}R^* - \tilde{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{E} = \dfrac{1}{M\,\tilde{Y}\exp\left(\left(3/4\right)R^*\right)} \\ \overline{P} = \dfrac{M\exp\left(\left(1/4\right)\right)R^*}{\tilde{Y}} \end{cases}$$

3. Les signes de la matrice A montrent que son déterminant est négatif (en l'occurrence $D = -5$) et que sa trace est négative (en l'occurrence $T = -11/4$). Le système est donc instable. Mais comme les valeurs propres sont de signes opposés, il existe une et une seule trajectoire convergente : celle qui correspond au vecteur propre associé à la valeur propre négative.

Une représentation graphique : le diagramme des phases

4. Le lieu de constance de e est donné par :

$$\dot{e} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad e = p - 2m - R^*$$

Il s'agit d'une droite croissante, de pente (1) dans le plan (p,e).

Le lieu de constance de p est donné par :

$$\dot{p} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad e = 2m - 3p - 4\tilde{y}$$

Il s'agit d'une droite décroissante, de pente (-3) dans le plan (p,e).

5. Le lieu des points stationnaires associés à différents niveaux de masse monétaire est obtenu en éliminant m dans les relations définissant $\overline{e}$ et $\overline{p}$. On obtient :

$$e = -p - \frac{1}{2}R^* - 2\tilde{y}$$

Il s'agit d'une droite de pente (-1) dans le plan (p,e).

6. Les valeurs propres sont les racines du polynôme caractéristique : $\Phi(r) = dét(A - rI)$. Elles sont donc solutions de :

$$r^2 - T_A r + D_A = r^2 + \frac{11}{4}r - 5 = 0 \qquad \text{soit } r_1 = -4 \text{ et } r_2 = \frac{5}{4}$$

Le vecteur propre associé à $r_1 = -4$ est solution du système :

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{5}{4} & -\frac{15}{4} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_1^1 \\ v_2^1 \end{pmatrix} = -4\begin{pmatrix} v_1^1 \\ v_2^1 \end{pmatrix}$$

soit : $$\left(\left(5v_1^1 - v_2^1\right) = 0 \ et \ \left(-\frac{5}{4}v_1^1 + \frac{1}{4}v_2^1\right) = 0\right) \quad \Leftrightarrow \quad v_1^1 = \frac{1}{5}v_2^1.$$

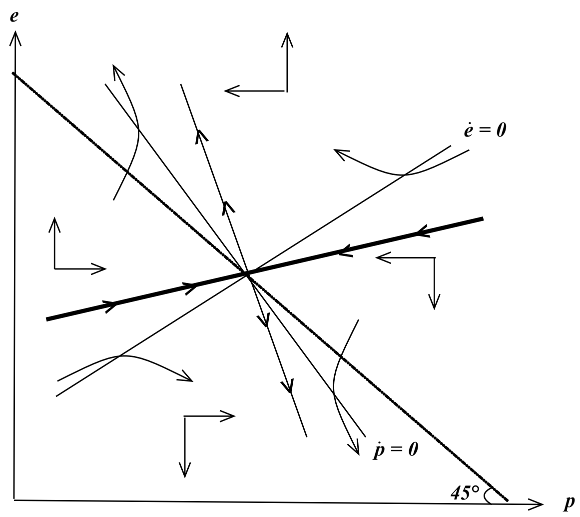
Le vecteur propre associé à $r_2 = \frac{5}{4}$ est solution du système :

$$\left(\left(-\frac{1}{4}v_1^2 - v_2^2\right) = 0 \ et \ \left(-\frac{5}{4}v_1^2 - 5v_2^2\right) = 0\right) \quad \Leftrightarrow \quad v_1^2 = -4v_2^2.$$

7. Les deux vecteurs propres constituent deux trajectoires spécifiques. Ils sont représentés par une droite croissante et une droite décroissante, qui comme nous venons de le voir, ont pour pentes (0,2) et (-4).

On obtient donc le diagramme des phases suivant :

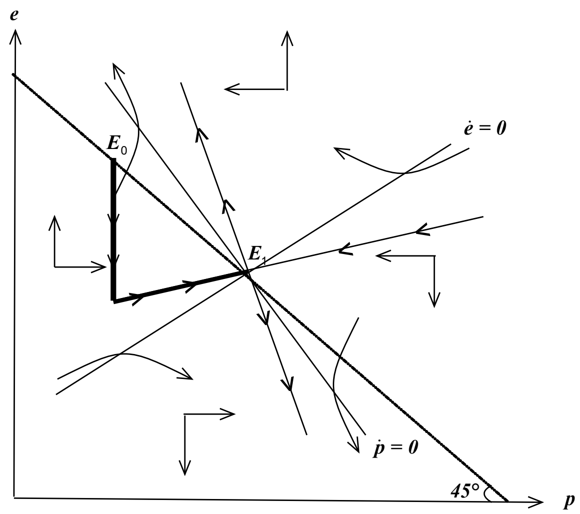
Diagramme des phases



L'étude d'un choc sur le niveau de la masse monétaire

Comme le montre le calcul du point stationnaire, un accroissement de m conduit, à long terme, à une augmentation de p et à une diminution égale de e. La monnaie est neutre à long terme. Sa variation n'affecte ni l'encaisse réelle, $m - p$, ni le taux de change réel, $e + p - p^*$. Les choses se présentent très différemment pendant la période de transition.

Accroissement de la masse monétaire



Deux conditions permettent de déterminer la trajectoire suivie par les prix et le taux de change :

la condition initiale (p_0 donné) et la condition d'exclusion des bulles spéculatives ($\alpha_2 = 0$ puisque $r_2 > 0$). En reprenant les solutions données plus haut, on constate que l'on doit avoir :

$$\begin{pmatrix} e \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{e} \\ \overline{p} \end{pmatrix} + \alpha_1 e^{-4t} \begin{bmatrix} \frac{1}{5} \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \text{soit} \qquad \frac{e-\overline{e}}{p-\overline{p}} = \frac{1}{5}$$

On obtient donc, en remplaçant $\overline{e}$ et $\overline{p}$ par leurs valeurs :

$$e = \frac{1}{5}\left(p - 6\overline{m} - 4R^* - 4\tilde{y}\right)$$

où e et p dépendent, bien entendu, du temps.

Ceci fixe, pour p_0 donné, la valeur de e_0. On remarque que :

$$\delta e_0 = -\frac{6}{5}\delta m < \delta\overline{e} = -\delta m$$

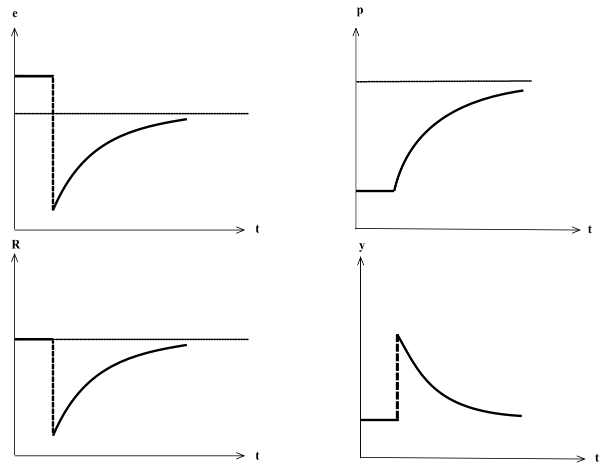
A court terme, la monnaie se déprécie très brutalement. L'ajustement se fait dans le bon sens, mais il est excessif : le taux de change sur-ajuste.

Dans le même temps, le taux d'intérêt baisse et la demande augmente sous la triple pression de l'augmentation de l'investissement, de la progression des exportations et de la diminution des importations.

Dans la mesure où la production s'ajuste à la demande, le revenu national s'accroît.

Mais cette situation d'équilibre non-walrassien dissimule un excès de demande.

On assiste donc, par la suite, à une augmentation progressive du prix, à une contraction de la masse monétaire réelle, et à un accroissement du taux d'intérêt. Ceci concourt à une élévation du taux de change : après s'être initialement dépréciée, la monnaie nationale s'apprécie.



On note que, contrairement aux affirmations simplistes de la PPA, l'inflation et l'appréciation de la monnaie coexistent. Raison en est que le taux de change réel n'est pas constant, comme le suppose la PPA, mais croissant durant la dynamique de transition.

Le sur-ajustement, selon Dornbusch vient du fait que les marchés financiers, en l'occurrence le marché des changes, réagissent instantanément aux chocs, tandis que les marchés des biens sont beaucoup plus inertes. Le marché des changes absorbe, initialement, la totalité d'un choc qui se répartira, ensuite, entre prix domestique du bien et valeur internationale de la monnaie nationale.